

# Mapování textur

Pavel Strachota

FJFI ČVUT v Praze

7. dubna 2020

# Obsah

- 1 Textura a mapovací funkce
- 2 Způsoby aplikace textury
- 3 Použití textury pro prostorovou modifikaci povrchu
- 4 Mipmapping

# Obsah

- 1 **Textura a mapovací funkce**
- 2 Způsoby aplikace textury
- 3 Použití textury pro prostorovou modifikaci povrchu
- 4 Mipmapping

# Textura

- **textura** = popis vlastností povrchu - struktury, barvy, kvality
  - pravidelná či nepravidelná
- pro „dobrý dojem“ stačí mnohdy jednoduchá geometrie a detailní textura
- textura může obsahovat informace o
  - barvě povrchu
  - odrazu světla (změna zrcadlové složky barvy materiálu  $m_S$  - viz *osvětlování*)
  - změně normálového vektoru - opticky mění tvar povrchu  $\implies$  hrbolatost (metoda *bump mapping*)
  - průhlednost
  - optických vlastnostech nad povrchem - tzv. hypertextura

# Typy textur

## rozdělení podle dimenze

- jednorozměrné - definice opakujících se podélných vzorků, generování přerušovaných čar, vrstevnic
- dvourozměrné - mapovány na povrch tělesa
- trojrozměrné (objemové) - simulace objektů vyřiznutých z bloku materiálu (dřevo, mramor, ...)
- čtyřrozměrné - animace

## rozdělení podle reprezentace

- tabulka (obrázek, pole voxelů)
- volání funkce (procedurální textury)

## Inverzní mapování textury

- úloha: nanést dvourozměrnou texturu na povrch tělesa
- textura popsána parametricky:  $T = T(u, v)$ ,  $T : D_T \mapsto H_T$   
 $\implies$  *texturové souřadnice*  $u, v$
- (inverzní) **mapování textury** je transformace

$$M : D_M \mapsto D_T,$$

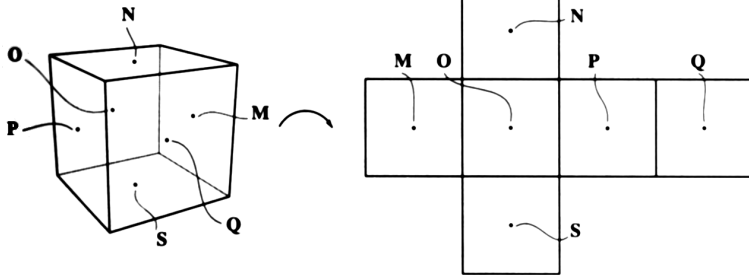
kde  $D_M \subset \mathbb{R}^3$  je množina bodů tvořící povrch tělesa

- důvod názvu: je-li plocha popsána parametricky funkcí  $\mathbf{Q}(s, t)$ , lze  $M$  volit jako  $M = \mathbf{Q}^{-1}$   
 (pokud inverzní zobrazení existuje)
  - jinak:  $s, t$  lze při vykreslování povrchu použít přímo jako texturové souřadnice (resp. po škálování)
- hodnota textury v bodě  $\mathbf{x} \in D_M$  je  $(T \circ M)(\mathbf{x})$
- zborcené povrchy (nelze bez deformace rozvinout do roviny)  $\implies$  zkreslení textury

## Texturové souřadnice

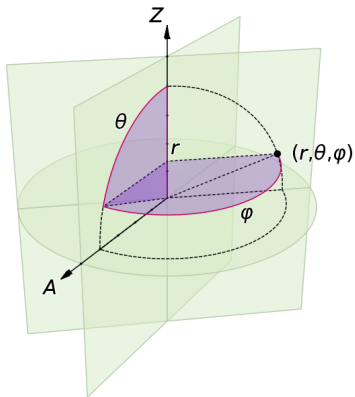
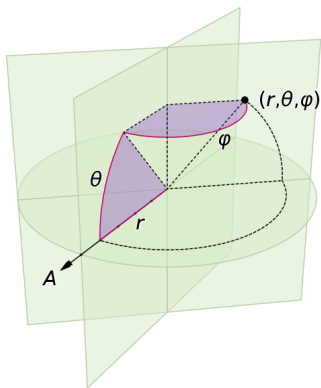
- polygonální síť - ve vrcholech  $\mathbf{v}_i$  uloženy mimo jiné texturové souřadnice  $u, v$ , tj. hodnota  $M(\mathbf{v}_i)$
- pro bod  $\mathbf{x}$  uprostřed trojúhelníku najdeme  $M(\mathbf{x})$  interpolací hodnot ve vrcholech
- texturové souřadnice uloženy při modelování objektu podle způsobu generování sítě
  - dělení parametrických kubických povrchů - z parametrů  $s, t$
  - mapování na povrch krychle
  - mapování na kulovou plochu - **sférická projekce**
  - mapování na povrch válce - **cylindrická projekce**
  - ...

## Mapování na povrch krychle





# Sférické souřadnice



## Sférická projekce 1/2

- koule umístěna do počátku souř. soustavy
- sférické souřadnice

$$x = r \cos \varphi \cos \theta,$$

$$y = r \sin \varphi \cos \theta,$$

$$z = r \sin \theta,$$

kde  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

- smysl parametrů  $u, v$  budou mít úhly  $\varphi, \theta$  (případně po škálování)
- zpětná transformace:

$$\varphi = \begin{cases} \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} & y \geq 0 \\ 2\pi - \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} & y < 0 \end{cases}$$

$$\theta = \arcsin \frac{z}{r} = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

## Sférická projekce 2/2

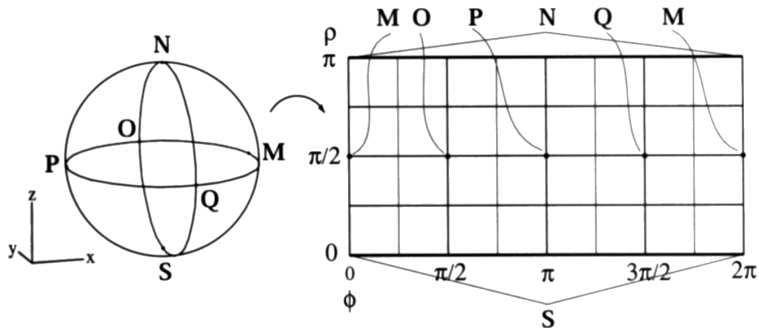
### Alternativní výpočet úhlu $\varphi$

- polární souřadnice  $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$
- výpočet  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ :

$$\varphi = \begin{cases} \arctan \frac{y}{x} & x > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} + \pi & x < 0, y > 0 \\ \arctan \frac{y}{x} - \pi & x < 0, y < 0 \\ \frac{\pi}{2} & x = 0, y > 0 \\ \frac{3\pi}{2} & x = 0, y < 0 \\ 0 & x = y = 0 \end{cases}$$

- toto je definice funkce  $\text{atan2}(y, x)$  v různých programovacích jazycích (C, Fortran, Java, C#, Perl, Lisp, ...)
  - chování v  $x = y = 0$  se někdy liší

## Mapování textury na kouli



$$\phi = \varphi, \rho = \theta + \frac{\pi}{2}$$

# Cylindrická projekce

- cylindrické souřadnice

$$x = r \cos \varphi$$

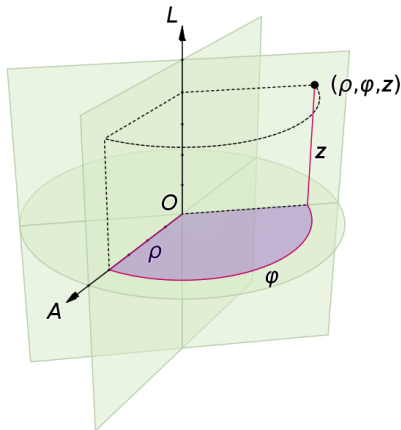
$$y = r \sin \varphi$$

$$z = z$$

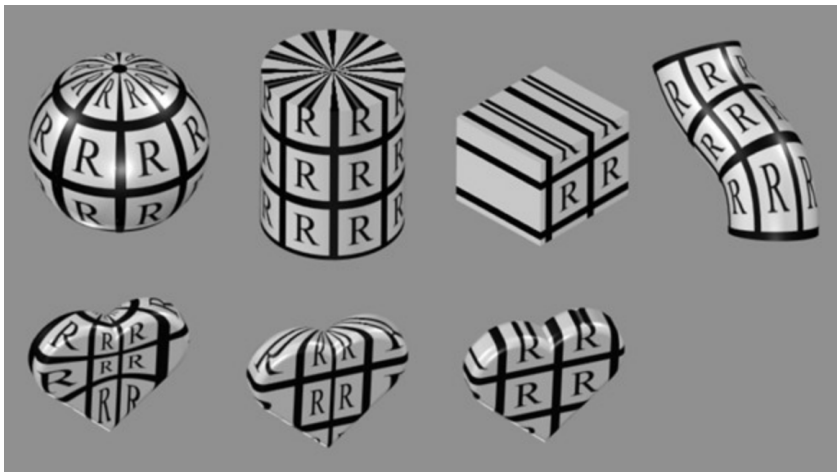
- zpětná transformace

$$\varphi = \text{atan2}(y, x)$$

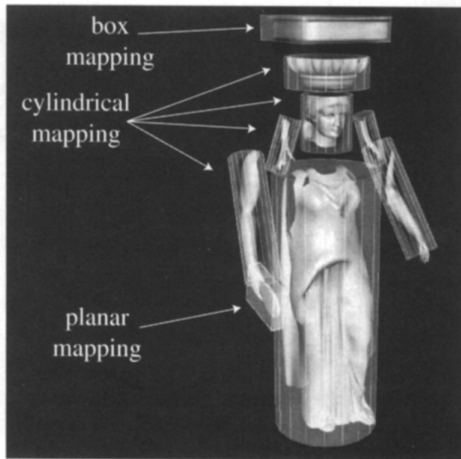
- smysl texturových souřadnic  $u, v$  mají  $\varphi$  a  $z$  (příp. po škálování)



## Příklady



## Příklady



# Korespondenční funkce

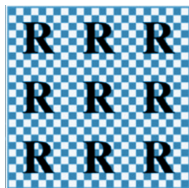
- předzpracování texturových souřadnic funkcí  $C$
- zobecněné schéma:  $M : D_M \mapsto D_C$ ,  $C : D_C \mapsto D_T$ ,  
 $T : D_T \mapsto H_T$
- $D_C$  ... dvourozměrný *parametrický* prostor
- $D_T = [0, 1]^2$  texturové souřadnice omezené do jednotkového čtverce (OpenGL, DirectX)
- hodnota textury v bodě  $\mathbf{x} \in D_M$  je  $(T \circ C \circ M)(\mathbf{x})$
- **význam**: posunutí, rotace, zkosení textury, dodefinování mimo definiční obor textury



## Dodefinování textury

- **wrap** (*tile, repeat*) - opakování textury:  

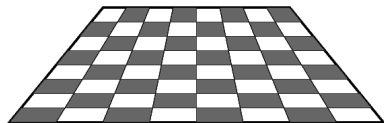
$$C(u, v) = (\text{frac}(u), \text{frac}(v))$$
- **mirror** - zrcadlení textury (opakování se zrcadlením v každém směru)
- **clamp** (*clamp to edge*) -  $C(u, v)$  ořízne hodnoty  $u, v$  na interval  $[0, 1]$
- **border** (*clamp to border*) - mimo  $D_T$  je dána pevná barva hranice



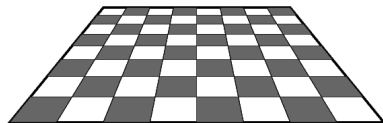
## Perspektivně korektní mapování

- vykreslení obrysu trojúhelníku: promítnou se vrcholy a spojí se čarami (vlastně lineární interpolace poloh vrcholů na obrazovce)
- vyplněné trojúhelníky kreslíme po pixelech - barvu, resp. texturové souřadnice (definované ve vrcholech) **lineárně** interpolujeme v rámci  $\Delta$ :
  - 1 vzhledem k poloze na obrazovce - **špatně** (v perspektivě délky závisí na vzdálenosti od pozorovatele)
  - 2 vzhledem ke skutečné poloze pixelu v trojúhelníku ve 3D - nutnost zpětné transformace do souřadnic scény (WCS - viz promítání)
- nejefektivnější řešení: **racionálně lineární (hyperbolická)** interpolace texturových souřadnic
  - v homogenních souřadnicích VCS (souřadnicích v průmětně) - lineárně se interpoluje i čtvrtá souřadnice  $W$
  - v reálných systémech lze volitelně zapnout (OpenGL)

## Příklady perspektivně (ne)korektního mapování

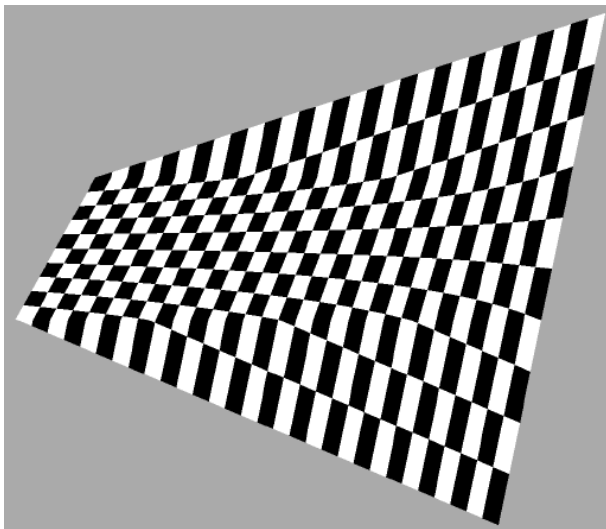


Nekorektní  
(lineární interp. ve VCS)



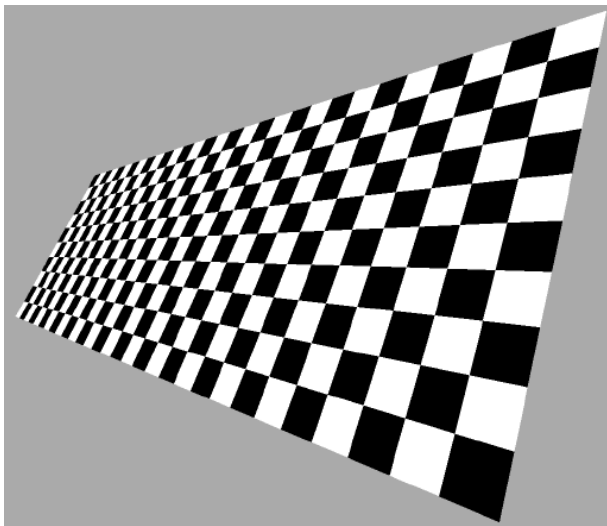
Korektní  
(hyperbolická interp. ve VCS)

## Příklady perspektivně (ne)korektního mapování



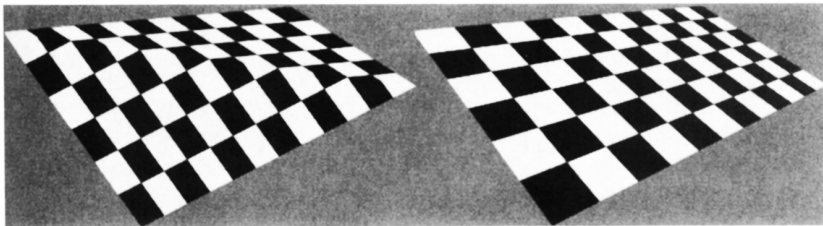
Nekorektní mapování

## Příklady perspektivně (ne)korektního mapování



Korektní mapování

## Příklady perspektivně (ne)korektního mapování



Vlevo: triangulace obdélníku a lineární interpolace na každém trojúhelníku zvlášť

# Obsah

- 1 Textura a mapovací funkce
- 2 Způsoby aplikace textury**
- 3 Použití textury pro prostorovou modifikaci povrchu
- 4 Mipmapping

## Modifikace vlastností povrchu

- povrch má sám o sobě materiálové vlastnosti (barvy  $m_A$ ,  $m_D$ ,  $m_S$ , exponent zrcadlového odrazu atd. ), definované obvykle ve vrcholech a interpolované v  $\Delta$
- pomocí textury tyto vlastnosti nahradíme nebo modifikujeme
- při Gouraudově stínování modifikujeme přímo výslednou interpolovanou barvu:
  - *replace (glow texture)* - textura nahradí barvu získanou na základě „globálních“ vlastnosti materiálu, odstraní vliv osvětlování na povrch
  - *decal (potisk)* - textura obsahuje kanál alfa, původní barva povrchu je barvou „pozadí“ pro průhlednost
  - *modulate* - barva povrchu se vynásobí barvou textury (někdy je realističtější modulovat pouze difuzní složku  $m_D$  - např. i černý povrch se leskne)



## „Ne-barevné“ složky textury

- **light mapping** - textura obsahující informace o osvětlení, jestliže je osvětlení statické
  - možnost předpočítat metodou globálního osvětlování (radiozita apod.)
  - stačí menší rozlišení než obrazová textura
- **gloss mapping** - modifikuje příspěvek zrcadlové složky (rozliší matné a lesklé části povrchu)

## Environment mapping 1/4

- Blinn, Newell
- generování odlesků na zakřivených objektech
- paprsky vedené od pozorovatele k lesklému objektu
  - tolik paprsků, kolik je pixelů v průmětu objektu
- s pomocí normály povrchu se vypočítá směr odraženého paprsku
- nezkoumá se průsečík odraženého paprsku s ostatními objekty ve scéně (raytracing), ale průsečík s texturou okolí
  - objekt je obklopen tělesem (koulí, krychlí), na níž je namapována textura s obrazem okolní scény

# Environment mapping 2/4

## Metoda pole Blinna a Newella

- $\mathbf{e}$  ... vektor paprsku od pozorovatele,  $|\mathbf{e}| = 1$
- $\mathbf{r} = \mathbf{e} - 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{e})\mathbf{n}$  je vektor odrazu
- $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ ,  $|\mathbf{r}| = 1$
- transformace do sférických souřadnic
  - $\phi \in [0, 2\pi]$  ... zeměpisná délka
  - $\rho \in [0, \pi]$  ... zeměpisná šířka

$$\phi = \text{atan2}(r_y, r_x)$$

$$\rho = \arccos(-r_z)$$

- textura musí navazovat na krajích ve směru  $\phi$  (zem. délky) a musí se eliminovat zkreslení na pólech

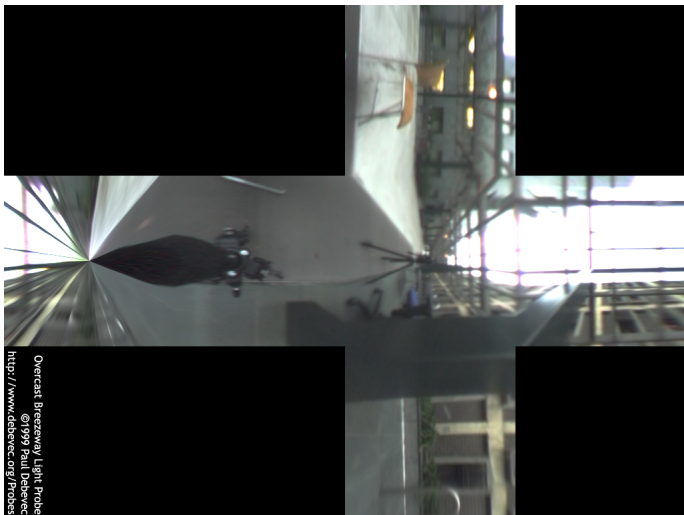
# Environment mapping 3/4

## Metoda podle Greena

- „obalové“ těleso je krychle se středem v poloze kamery
- obrazy na stěnách krychle = mapy okolí
- rychlá, jednoduchá metoda, HW implementace
- rovnoměrnější rozdělení vzorků (u Blinnovy metody potřeba vyšší hustoty vzorků v okolí pólů)
- nefunguje dobře pro ploché objekty (je vidět efekt obklopující krychle), nebo pro rovnoběžné promítání

# Environment mapping

## Příklady sítí krychle



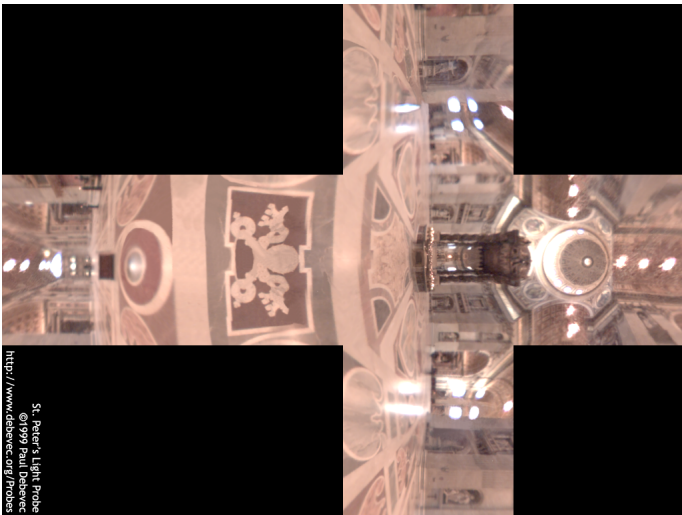
# Environment mapping

## Příklady sítí krychle



# Environment mapping

## Příklady sítí krychle



# Obsah

- 1 Textura a mapovací funkce
- 2 Způsoby aplikace textury
- 3 Použití textury pro prostorovou modifikaci povrchu**
- 4 Mipmapping

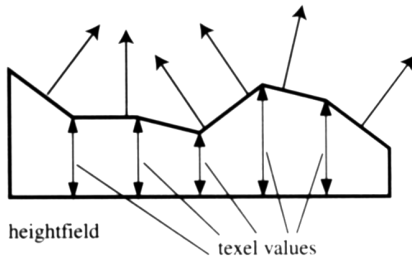
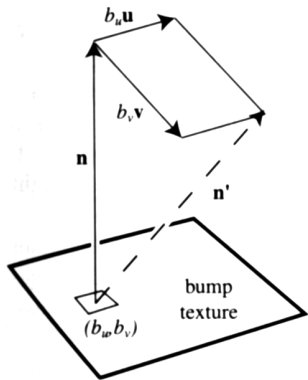


## Bump mapping 1/4

- technika pro iluzi hrbolatých, zvrásněných či jinak lokálně nerovných povrchů
- hodnoty textury modifikují směr normálového vektoru v každém bodě
  - ⇒ iluze nerovnosti se projeví při nasvícení, povrch je však stále rovný
- možnosti uložení textury:
  - 2 hodnoty pro každý bod určující posunutí  $\mathbf{n}$  ve dvou navzájem kolmých směrech (v rovině trojúhelníku)
  - skalární textura - výškové pole
  - přímo pole normálových vektorů

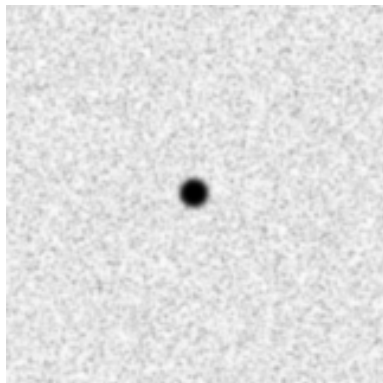
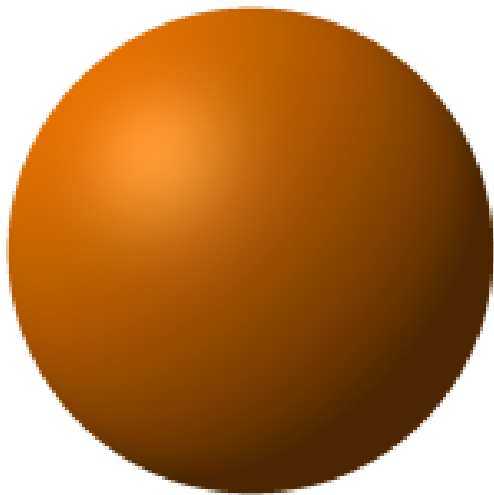
# Bump mapping 2/4

## Schéma metod modifikace normály



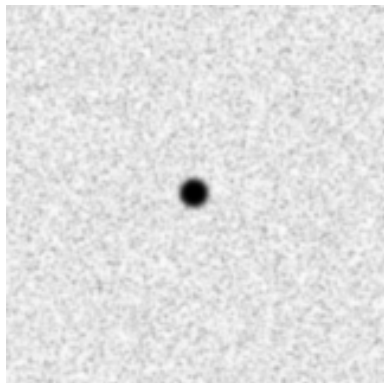
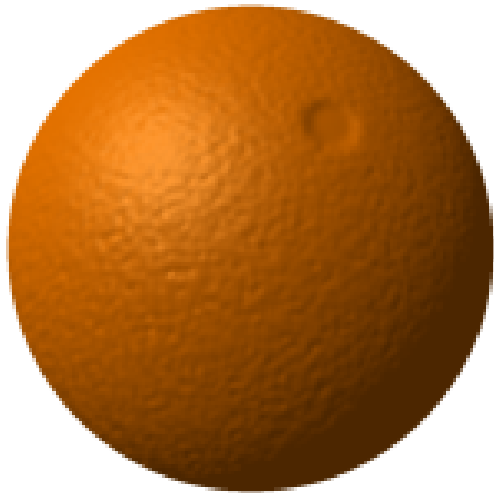
# Bump mapping 3/4

## Schéma aplikace výškového pole



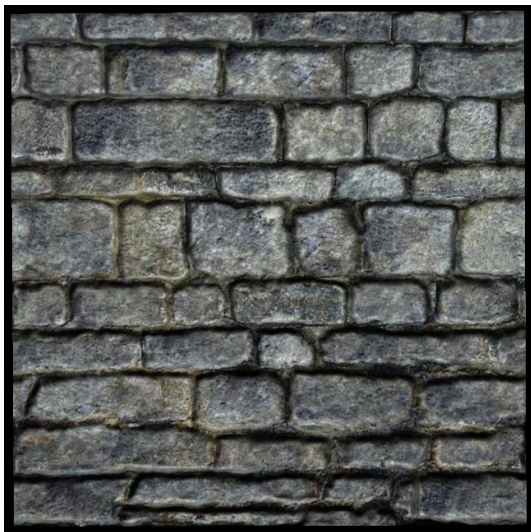
# Bump mapping 3/4

## Schéma aplikace výškového pole



# Bump mapping 4/4

Další příklady aplikace



# Bump mapping 4/4

Další příklady aplikace



## Bump mapping 4/4

Další příklady aplikace



„Sweaty Simon“  
SkinVue rendering system,  
Poser

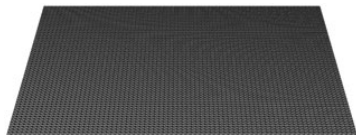
# Displacement mapping

- nevýhody bump mappingu
  - na obrysech objektu je stále vidět jeho původní (rovný) tvar
  - nerovnosti nevrhají stín
- řešení: texturu výšek použít ke skutečné modifikaci povrchu - mapa posunutí (*displacement*)
- metody posunutí
  - posunutí vrcholů původní polygonální sítě
  - rozdělení sítě na mikropolygony, jejichž velikost je určena adaptivně, aby v daném pohledu nepřekročily velikost pixelu



# Displacement mapping

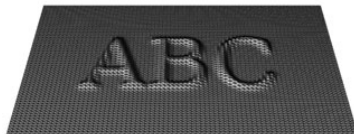
## Schéma aplikace



ORIGINAL MESH

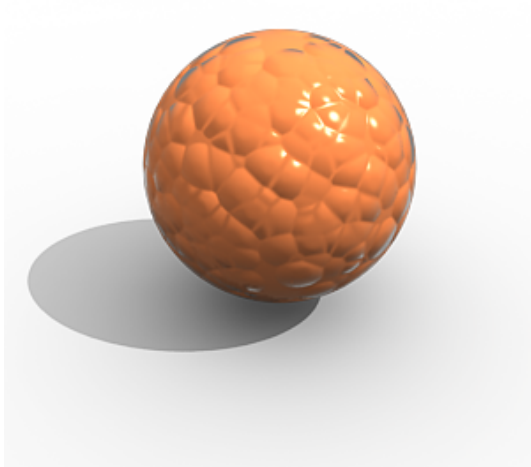


DISPLACEMENT MAP

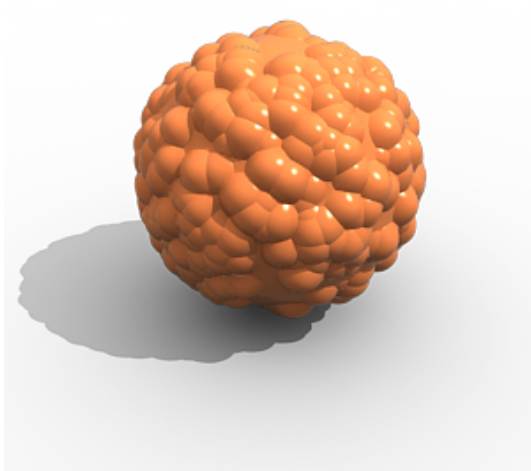


MESH WITH DISPLACEMENT

# Displacement mapping vs. bump mapping



# Displacement mapping vs. bump mapping



# Obsah

- 1 Textura a mapovací funkce
- 2 Způsoby aplikace textury
- 3 Použití textury pro prostorovou modifikaci povrchu
- 4 Mipmapping**

# Motivace

- *texel* = texture element (analogie pixelu)
- standardní rozměry obrazové textury jsou  $2^m \times 2^m$ ,  $m \in \mathbb{N}$  - typicky  $512 \times 512$  texelů
- při mapování na objekt (povrch) se používá bilineární interpolace - pixel ovlivněn max. 4 texely
  - přílišné zvětšení (přiblížení objektu)  $\implies$  jeden texel ovlivní barvu mnoha pixelů
  - dostatečné zmenšení (oddálení)  $\implies$  více texelů se (teoreticky) zobrazí do jednoho pixelu pokud je to více než 4, **vzniká aliasing i přes použití interpolace**
- odstranění aliasingu - filtrování (např. průměrování) textury přes celou oblast ovlivňující daný pixel (low pass filtr - snížení max. frekvence v textuře)

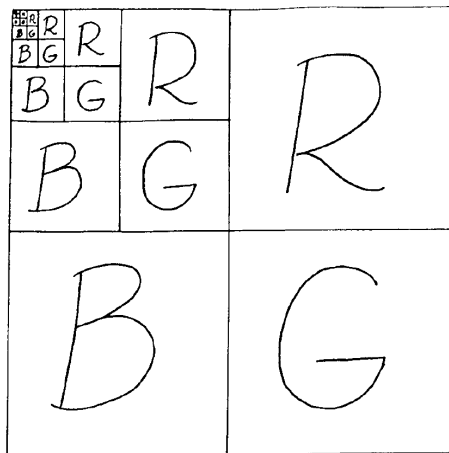
# Mipmapping

- filtrování - velká výpočetní náročnost, problém při HW zpracování (streamline)
- **mipmapping** - předpočítání zmenšených filtrovaných kopií textury a jejich uložení v paměti
  - při mapování textury se pak jen zvolí vhodná kopie (aby 1 texel  $\approx$  1 pixel - viz dále)
- **MIP** = lat. **multum in parvo** , tj. mnoho v málu

# Mipmapping

## Způsob uložení v paměti

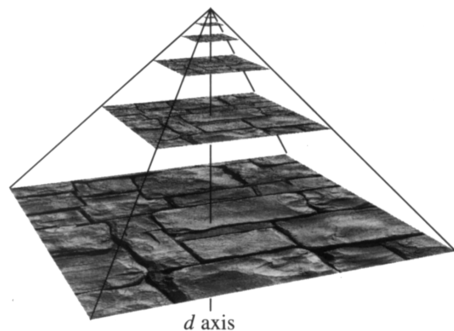
- rozklad na R,G,B složky, celkem se použije o  $\frac{1}{3}$  více paměti než na původní texturu
- zmenšené kopie na  $\frac{1}{2}$  v každém směru až do velikosti  $1 \times 1$  pixel ( $2^n, n = m, m - 1, \dots, 0$ )



# Mipmapping

## Trilineární interpolace

- kopie textury lze uspořádat do pomyslné pyramidy
- kromě texturových souřadnic  $u, v$  vypočítáme ještě parametr  $d$  - „výšku“ v pyramidě, tj. úroveň zmenšení
- vybereme buď kopii, která je nejbližší  $d$ , nebo interpolujeme mezi dvěma nejbližšími kopiemi  $\implies$  trilineární interpolace v  $u, v, d$

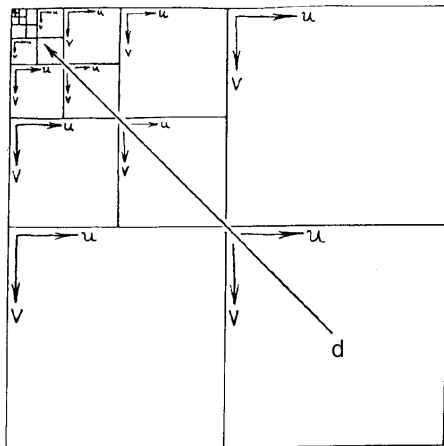




# Mipmapping

## Trilineární interpolace

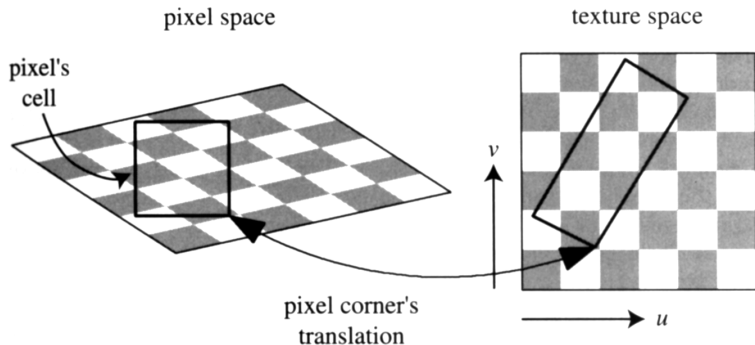
- kopie textury lze uspořádat do pomyslné pyramidy
- kromě texturových souřadnic  $u, v$  vypočítáme ještě parametr  $d$  - „výšku“ v pyramidě, tj. úroveň zmenšení
- vybereme buď kopii, která je nejbližší  $d$ , nebo interpolujeme mezi dvěma nejbližšími kopiemi  $\implies$  trilineární interpolace v  $u, v, d$



# Mipmapping

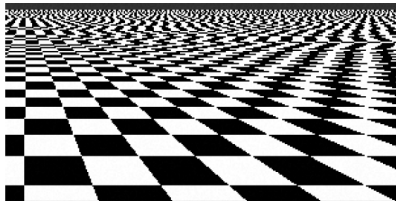
## Výpočet úrovně zmenšení $d$

- 1 texel má přibližně odpovídat 1 pixelu
- obvykle hodnota  $d$  dána delší stranou čtyřúhelníku vzniklým zpětným mapováním pixelu (přes texturovaný polygon) do texturových souřadnic - pokud je to v původní textuře  $t$  texelů, je třeba zmenšit  $\log_2 t$  - krát

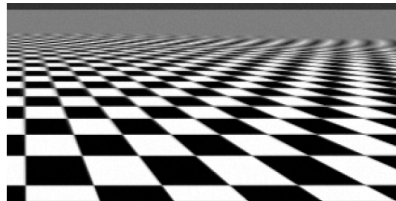


# Mipmapping

## Srovnání s přímým mapováním textury



Bodové vzorkování



Trilineární interpolace

# Mipmapping

## Vlastnosti

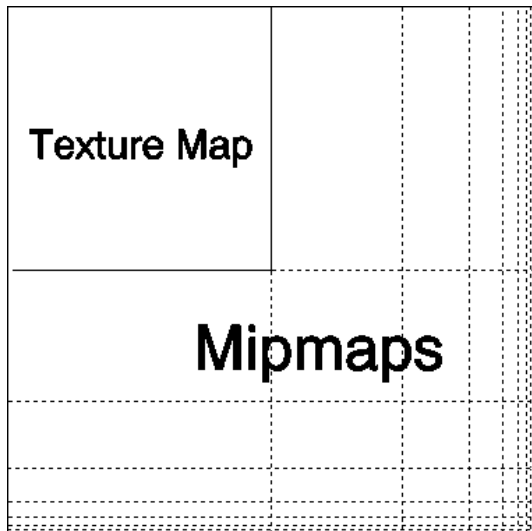
- **výhoda** mipmappingu - předpočítání textur (filtrování) lze provést kvalitně (a klidně pomalu), vlastní vykreslování je rychlé
- **nevýhoda** - při pohledu na polygon z velkého úhlu (od normály) dochází k rozmazání textury v obou směrech (nejen ve směru od pozorovatele)

### řešení přílišného rozmazání

- rozlišit směr, ve kterém se textura „komprimuje“, od směru na něj kolmého
- *ripmapping*
- **anizotropní filtrování**

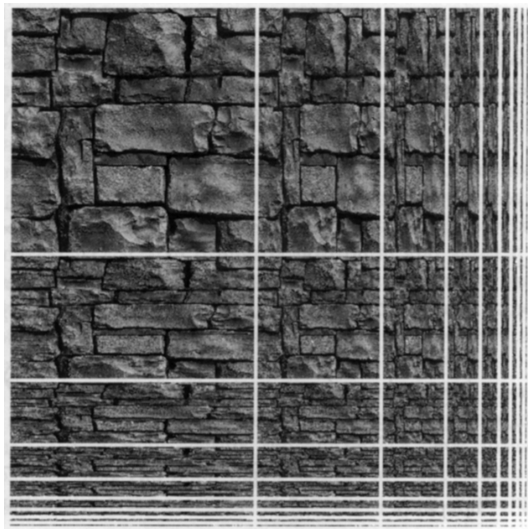
# Ripmapping

- akcelerátory HP, 90. léta
- ukládáme nejen zmenšené kopie v obou směrech zároveň, ale také v každém ze směrů zvlášť
- dobře funguje jen pro orientace polygonů ve shodě s osami textury



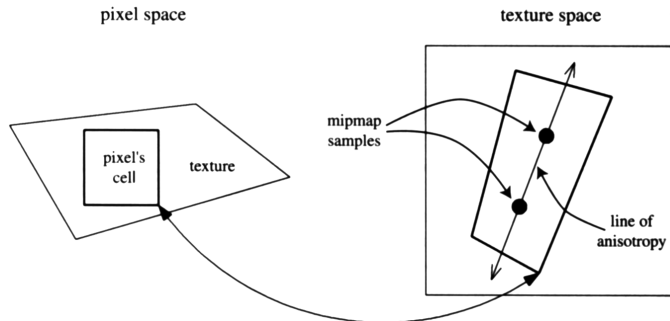
## Ripmapping

- akcelerátory HP, 90. léta
- ukládáme nejen zmenšené kopie v obou směrech zároveň, ale také v každém ze směrů zvlášť
- dobře funguje jen pro orientace polygonů ve shodě s osami textury



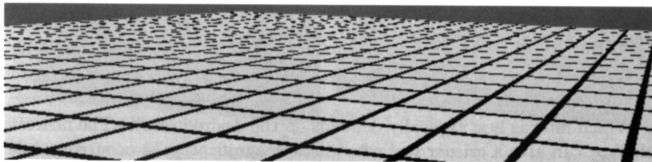
## Anizotropní filtrování

- jako mipmapping (včetně trilineární interpolace), ale pro výpočet  $d$  se bere **kratší** strana promítnutého pixelu
- směr delší strany definuje *osu anizotropie*
- v mip-mapě (úrovni zmenšení) určené  $d$  se průměruje (nebo jinak filtruje) několik vzorků podél osy
  - jejich počet závisí na míře anizotropie = poměru delší a kratší strany promítnutého pixelu

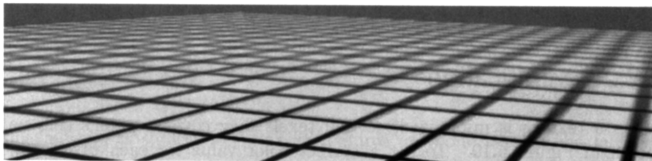


# Anizotropní filtrování

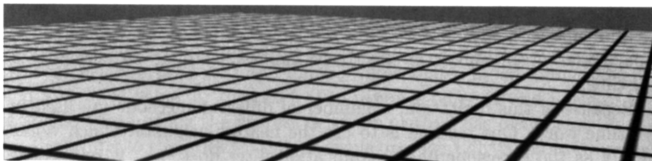
## Příklady



Bodové  
vzorkování



Mipmapping

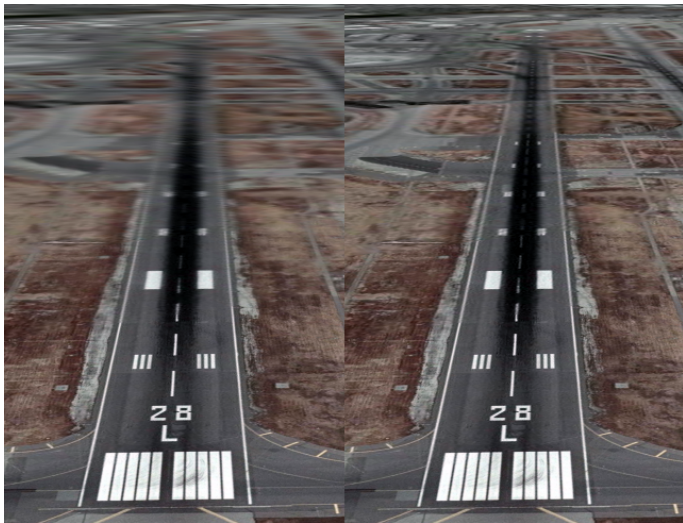


Anizotropní  
filtrování








# Anizotropní filtrování



## Příklady



# Literatura 1/2

-  Žára, Beneš, Sochor, Felkel: *Moderní počítačová grafika*. Computer Press, 2005.
-  J. Blinn: *Hyperbolic interpolation*. IEEE Computer Graphics and Applications, 1992.
-  J. Blinn: *Simulation of wrinkled surfaces*. SIGGRAPH 1978, (1978) 286293.
-  J. Blinn, M. Newell: *Texture and reflection in computer generated images*. Communications of the ACM, 19 (1976), 542547.
-  S. R. Buss: *3D Computer Graphics: A Mathematical Introduction with OpenGL*. Cambridge University Press, 2003.

## Literatura 2/2

-  N. Greene: *Environment mapping and other applications of world projections*. IEEE Computer Graphics and Applications, 6 (1986), 2129.
-  L. Williams: *Pyramidal Parametrics*. ACM SIGGRAPH Computer Graphics 7 (1983), 111.